

СТРАТЕГИИ ЗА ВЗЕМАНЕ НА ОПТИМАЛНИ РЕШЕНИЯ

С. Стоянов, С. Стоянова

STRATEGIES FOR OPTIMAL DECISIONS MAKING

S. Stoyanov, S. Stoyanova

*Химикотехнологичен и металургичен университет – София
Бул. Климент Охридски, 8, София 1756*

Abstract. Three new strategies for optimal decision making are proposed. New generalized objective functions are formulated for selecting rational Pareto-optimal solutions. In the new functions are included also economical indicators estimating the control variables. The efficiency of the new strategies is proved by a case study. The investigation of the new strategies is showing that using the strategy of rational usefulness significantly enlarge the argumentation of the chosen particular Pareto-optimal solution.

Key Words: decision making, Pareto-optimal solution, utility function, function of rationality, Nash equilibrium

ВЪВЕДЕНИЕ

Вземането на оптимални решения се налага във всички дейности на човека. Причината е, че почти винаги проблемите са свързани с изпълнение на изискванията на повече от един критерий. Тези изисквания може да бъдат технически, технологични, икономически, социални, политически и др. Това прави задачата многокритериална и съответно некоректна, тъй като няма едно единствено решение. Налага се да се търси компромисно решение, което се нарича още равновесно решение, неутрално решение, недоминирано решение или Парето-оптимално решение. Парето-оптималното решение се характеризира с това, че от него не може да се подобри един или няколко критерия, без да се влоши един или няколко от останалите [2,3,4].

СТРАТЕГИИ ЗА ПАРЕТО-ОПТИМАЛНИ РЕШЕНИЯ

При търсенето на Парето-оптимално решение при многокритериалните оптимизационни задачи, е необходимо да се избере стратегия за търсене на такова решение, с която да се „регуляризира“ оптимизационната задача. Това обикновено се прави чрез скаларизация на вектора на множеството критерии.

Съществуват различни стратегии за обединение на многото критерии в един обобщен критерий [2,3,4,5,6,7,8]:

- (1) Стратегия на препоръчаните решения;
- (2) Стратегия на удовлетвореност (или неудовлетвореност) от приетото решение;
- (3) Стратегия на ранжирани приоритети на целевите показатели;

- (4) Комбинирани стратегии на приоритети и удовлетвореност от взетото решение;
- Най-разпространената стратегия е тази, на препоръчаните решения, която се свежда до множество под-стратегии:
- (а) Стратегия на минималните загуби от препоръчаните решения;
 - (б) Стратегия на максималната полезност на получените решения;
 - (в) Стратегия на минималните загуби и едновременно, на максималната полезност на получените решения;
 - (г) Стратегия на най-желаните решения;
 - (д) Стратегия на минималното съжаление от взетото многокритериално решение;
 - (е) Стратегия на максималната удовлетвореност (или минимална неудовлетвореност) от взетото решение;
 - (ж) Комбинирани стратегии от стратегиите от (а) до (е).

ОПТИМАЛНО ВЗЕМАНЕ НА РАЦИОНАЛНИ РЕШЕНИЯ.

В настоящата статия се предлага една нова стратегия за оптимално вземане на рационални решения. Понятието рационално решение не е достатъчно добре дефинирано и все още си остава твърде размито. Дори, такива решения не се подкрепят от много изследователи. През 1994 г. Джон Неш получава Нобелова награда за вземане на рационални решения, основани на „равновесието на Неш“. Това значително „раздвижи“ използването на игровите подходи за многокритериално вземане на оптимални решения. Трудностите при вземане на оптимални рационални решения при многокритериалните задачи са свързани с формулирането на обобщена функция на рационалност,

която да обединява всички целеви показатели и всички необходими разходи за постигане на желаните цели.

В настоящото изследване се предлага обобщена функция на рационалност, която включва не само множеството на целевите параметри, които трябва да се оптимизират, а включва също и множеството на управляващите параметри, които внасят икономически показател на разходите за управлението.

Новата предложена обобщена функция на рационалност $Q_{\text{рац}}(\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x})$ в общ вид може да бъде представена в следните три форми:

(1) Функция на рационалност тип (1) - $Q_{\text{рац}}^{(1)}(\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x})$

$$Q_{\text{рац}}^{(1)}(\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) = Q_1(\mathbf{y}(\mathbf{x})) - Q_2(\mathbf{x}) \rightarrow \max_{\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x}} \quad (1)$$

където $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ е множеството на целевите параметри, които трябва да се оптимизират чрез множеството на управляващите параметри \mathbf{x} ;

$Q_1(\mathbf{y}(\mathbf{x}))$ е обобщена функция, която обединява множеството от целевите параметри $y_j(\mathbf{x})$, $j = 1, 2, \dots, m$;

$Q_2(\mathbf{x})$ е обобщена функция, която включва „разходите“ при управлението \mathbf{x} за постигане на множеството Парето-оптимални решения [4] за целевите параметри $\mathbf{y}(\mathbf{x})$.

В така формулираната обобщена целева функция на рационалност се обединяват изискванията към управлението, изразено с икономически индикатори, които обезпечават оптимални стойности на дефинираните цели и множеството Парето – оптимални решения.

(2) Функция на рационалност тип (2) -

$$Q_{\text{рац}}^{(2)}(\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x})$$

Рационалната функция може да се формулира и като отношение от следния вид

$$Q_{\text{рац}}^{(2)}(\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) = \frac{Q_1(\mathbf{y}(\mathbf{x}))}{Q_2(\mathbf{x})} \rightarrow \max_{\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x}} \quad (2)$$

(3) Функция на рационалност тип (3) -

$$Q_{\text{рац}}^{(3)}(\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x})$$

$$Q_{\text{рац}}^{(3)}(\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) = Q_1(\mathbf{y}(\mathbf{x})) - Q_2(\mathbf{x}) + Q_3(\mathbf{y}(\mathbf{x})) \rightarrow \max_{\mathbf{y}(\mathbf{x}), \mathbf{x}} \quad (3)$$

където

$Q_3(\mathbf{y}(\mathbf{x}))$ е функция на удовлетвореност от постигнатите стойности на целевите показатели $\mathbf{y}(\mathbf{x})$.

Илюстративен пример за прилагане на обобщена рационална функция

За илюстрация на прилагане на обобщена рационална функция от тип (1) и тип (2), формулирани по горе, са използвани данни от реален експеримент за изследване влиянието на управляващите параметри (\mathbf{x}) върху показателите на качеството при производството на хартия $\mathbf{y}(\mathbf{x})$.

За изследване на влиянието на управляващите фактори в процеса на производството на хартия върху целевите показатели, са приети следните фактори [1]:

x_1 - степен на размилане на влакнестите суровини, °ШР (по Шопер – Риглер);

x_2 - количество на проклеяващото вещество, %;

x_3 - количество на пълнителя, %.

Като основни целеви показатели на качеството на хартията са приети следните:

y_1 - Дължина на скъсване в km , (търси се максимум);

y_2 - Степен на проклеяване на лицевата страна в mm , (търси се максимум);

y_3 - Съпротивление на изскубване на влакна, cm/sec . (търси се максимум);

y_4 - Пепелно съдържание в % , (търси се минимум).

Стойностите на управляващите параметри (x_i , $i = 1,2,3$), тяхната ценова оценка (Cx_i , $i = 1,2,3$) в неутрални парични единици (Н.Е.) и стойностите на целевите параметри (y_j , $j = 1,2,3,4$) са дадени в Табл. 1. Оценените полезности на управляващите параметри (\mathbf{x}) и полезностите на целевите показатели ($\mathbf{y}(\mathbf{x})$) са дадени в Табл. 2.

Таблица 1. Стойности на управляващите параметри, тяхната ценова оценка и стойности на целевите параметри *

№	X ₁ , ШР	X ₂ , %	X ₃ , %	↓ Цx ₁ , Н.Е.	↓ Цx ₂ , Н.Е.	↓ Цx ₃ , Н.Е.	↑ y ₁ , km	↑ y ₂ , mm	↑ y ₃ , cm/s	↓ y ₄ , %
1	30	2.25	10	50	74	16	3.3	1.00	341	7.8
2	40	2.25	10	84	74	16	3.6	1.13	341	8.3
3	30	3.75	10	50	110	16	3.2	1.50	334	8.1
4	40	3.75	10	84	110	16	3.4	1.50	336	9.1
5	30	2.25	20	50	74	32	4.0	1.00	329	17.2
6	40	2.25	20	84	74	32	3.8	1.00	326	17.8
7	30	3.75	20	50	110	32	3.4	1.50	336	17.2
8	40	3.75	20	84	110	32	3.1	1.50	330	18.2
9	30	3.00	15	50	92	24	3.6	1.25	330	13.6
10	40	3.00	15	84	92	24	3.3	1.25	322	13.3
11	35	2.25	15	67	74	24	3.5	1.10	322	13.4
12	35	3.75	15	67	110	24	3.0	1.40	330	11.5
13	35	3.00	10	67	92	16	3.6	1.25	347	10.5
14	35	3.00	20	67	92	32	3.6	1.25	334	16.7
15	35	3.00	15	67	92	24	3.5	1.25	330	13.3
Цx _{i,Pes}				84	110	32	3.0	1.00	322	18.2
Цx _{i, max}				84	110	32	4.0	1.50	347	18.2
Цx _{i, min}				50	74	16	3.0	1.00	322	7.8

* Със стрелка е показана посоката на желаните стойности (максимум или минимум)

Таблица 2. Експериментални резултати с оценени полезности на управляващите параметри (x) и на целевите показатели (y(x))

№	X ₁ , °ШР	X ₂ , %	X ₃ , %	↓ ηx ₁	↓ ηx ₂	↓ ηx ₃	↑ ηy ₁	↑ ηy ₂	↑ ηy ₃	↓ ηy ₄
1	30	2.25	10	1.0	1.0	1.0	0.3	0.0	0.76	1.0
2	40	2.25	10	0.0	1.0	1.0	0.6	0.26	0.76	0.952
3	30	3.75	10	1.0	0.0	1.0	0.2	1.0	0.48	0.971
4	40	3.75	10	0.0	0.0	1.0	0.4	1.0	0.56	0.875
5	30	2.25	20	1.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.28	0.096
6	40	2.25	20	0.0	1.0	0.0	0.8	0.0	0.16	0.038
7	30	3.75	20	1.0	0.0	0.0	0.4	1.0	0.56	0.096
8	40	3.75	20	0.0	0.0	0.0	0.1	1.0	0.32	0.00
9	30	3.00	15	1.0	0.5	0.5	0.6	0.5	0.32	0.644
10	40	3.00	15	0.0	0.5	0.5	0.3	0.5	0.0	0.471
11	35	2.25	15	0.5	1.0	0.5	0.5	0.20	0.0	0.461
12	35	3.75	15	0.5	0.0	0.5	0.0	0.80	0.32	0.644
13	35	3.00	10	0.5	0.5	1.0	0.6	0.50	1.0	0.740
14	35	3.00	20	0.5	0.5	0.0	0.6	0.50	0.48	0.144
15	35	3.00	15	0.5	0.5	0.5	0.5	0.50	0.32	0.471

Таблица 3. Оценени полезности на управляващите параметри (x) и на целевите показатели (y(x)) и техните рангове

№	X ₁ , °ШР	X ₂ , %	X ₃ , %	$\sum_{i=1}^3 \eta x_i / 3^*$	Ранг по x _i	$\sum_{j=1}^4 \eta y_j / 4$	Ранг по y _j
1	30	2.25	10	1.0	1	0.515	6
2	40	2.25	10	0.605	5	0.643	4
3	30	3.75	10	0.581	7	0.663	3
4	40	3.75	10	0.186	14	0.709	2
5	30	2.25	20	0.814	2	0.344	10
6	40	2.25	20	0.419	9	0.250	14
7	30	3.75	20	0.395	11	0.514	7
8	40	3.75	20	0.000	15	0.129	15
9	30	3.00	15	0.698	4	0.516	5
10	40	3.00	15	0.302	12	0.318	12
11	35	2.25	15	0.709	3	0.290	13
12	35	3.75	15	0.291	13	0.441	9
13	35	3.00	10	0.593	6	0.710	1
14	35	3.00	20	0.407	10	0.431	11
15	35	3.00	15	0.500	8	0.448	8

* Сумарната целева полезност е изчислена по цените дадени в Табл. 1, а не като средна от полезностите в Табл. 3.

Таблица 4. Стойности на функциите за полезност за целевите показатели, за разходите за управление и за обобщената рационална функция тип (1)

№	Полезност Q(1) $\sum_{j=1}^4 \eta y_j / 4$	Ранг по y _j	Полезност Q(2) $\sum_{i=1}^3 \eta x_i / 3$	Ранг по x _i	Полезност Q(1) минус полезност Q(2).	Ранг
1	0.515	6	1.0	1	-0.485	15
2	0.643	4	0.605	5	0.036	7
3	0.663	3	0.581	7	0.082	6
4	0.709	2	0.186	14	0.523	1
5	0.344	10	0.814	2	-0.470	14
6	0.250	14	0.419	9	-0.169	11
7	0.514	7	0.395	11	0.119	4
8	0.129	15	0.000	15	0.129	3
9	0.516	5	0.698	4	-0.182	12
10	0.318	12	0.302	12	0.016	9
11	0.290	13	0.709	3	-0.419	13
12	0.441	9	0.291	13	0.150	2
13	0.710	1	0.593	6	0.117	5
14	0.431	11	0.407	10	0.024	8
15	0.448	8	0.500	8	-0.052	10

Таблица 5. Стойности на функциите за полезностите за целевите показатели, за разходите за управление и за обобщените рационални функции тип (1) и тип (2)

№	Полезност Q(1) $\sum_{j=1}^4 \eta y_j / 4$	Ранг по y_j	Полезност Q(2) $\sum_{i=1}^3 \eta x_i / 3$	Ранг по x_i	$\frac{Q_1(y(x))}{Q_2(x)}$	Ранг за функция тип (2)	Ранг за функция тип (1)
1	0.515	6	1.0	1	0.515	12	15
2	0.643	4	0.605	5	0.974	8	7
3	0.663	3	0.581	7	1.141	5	6
4	0.709	2	0.186	14	3.812	1	1
5	0.344	10	0.814	2	0.423	13	14
6	0.250	14	0.419	9	0.597	11	11
7	0.514	7	0.395	11	1.301	4	4
8	0.129	15	0.00	15	!*	15	3
9	0.516	5	0.698	4	0.739	10	12
10	0.318	12	0.302	12	1.053	7	9
11	0.290	13	0.709	3	0.409	14	13
12	0.441	9	0.291	13	1.515	3	2
13	0.710	1	0.593	6	1.197	2	5
14	0.431	11	0.407	10	1.059	6	8
15	0.448	8	0.500	8	0.896	9	10

Оценка на полезността на управляващите и на целевите показатели за формиране на обобщена функция на рационалност

За трансформиране на целевите показатели и управляващите параметри в безразмерни величини е приета скалата на „полезност“. За целта ценовата оценка на управляващите параметри и стойностите на целевите параметри от Табл. 1 са трансформирани в полезности, съответно ηx_i и ηy_j , по формулите:

$$\eta x_i = \frac{\Pi x_{i,pes} - \Pi x_{i,k}}{\Pi x_{i,max} - \Pi x_{i,min}}, \quad i = 1,2,3; k = 1,2,\dots,15, (4)$$

$$\eta y_j = \frac{y_{j,pes} - y_{j,k}}{y_{j,max} - y_{j,min}}, \quad j = 1,2,\dots,4; k = 1,2,\dots,15, (5)$$

където, с индекс „pes“ са избраните най-лоши стойности за целевите параметри ($y_{j,pes}$) и за ценовата оценка на всеки от управляващите ($\Pi x_{i,pes}$) от Табл. 1. Максималните и минималните стойности за ценовата оценка ($\Pi x_{i,max}$ и $\Pi x_{i,min}$) и за целевите показатели

($y_{j,max}$ и $y_{j,min}$) са избрани също от данните в Табл. 1.

Оценените нормирани полезности на управляващите параметри и на целевите параметри, изразени в интервал на полезност [0,1] са дадени в Табл. 2.

Сумарните оценки на полезността на управляващите и на целевите параметри и ранговете на полезност са дадени в Табл. 3.

Формиране на обобщена функция на рационалност от тип (1)

Оценката на нивото на полезност за изчисляване на функцията на рационалност тип (1) $Q_{рац}^{(1)}(y(x), x)$, е дадена в Табл. 3, а нивото на полезност на целевите показатели от y_1 до y_4 , е дадено в Табл. 4.

Съотношението на обобщената функция на полезност за множеството целеви параметри $Q_1(y(x))$, функцията на разходите за управление $Q_2(x)$ и стойностите на рационалната функция от тип (1) $Q_{рац}^{(1)}(y(x), x) = Q_1(y(x)) - Q_2(x)$ са дадени в Табл. 4.

Анализът на стойностите на функциите за полезност за целевите показатели, за разходите за управление и за обобщената рационална функция и техните рангове, за 15-те технологични режима, показват недвусмислено, че оптималните стойности за трите предложени оценки се различават съществено. Сравнявайки дори само трите най-добри технологични режими (1, 2, 3) за трите ранжирани групи, показва, че оценката и вземането на управленски решения само по получените резултати за целевите показатели на процеса, не е достатъчно. Показва също и необходимостта, че при вземане на решения, трябва да се отчитат по съответен начин едновременно и полезността за групата на целевите параметри и на групата на управляващите параметри.

Едно от възможните решения е да се използва функцията на рационалност от тип (1).

Вземане на оптимални решения по функция на рационалност тип (2)

На Табл. 5 е дадено сравнение на полезностите на $Q_1(y(x))$, $Q_2(x)$ и функциите на рационалност от тип (1) и от тип (2). Първите три от технологичните режими с най-висок ранг са оцветени.

Функцията на рационалност от тип (2) е предложена в този вид, за да се повиши чувствителността на обобщената функция на рационалност по отношение на промените на полезността $Q(2)$. Сравнителният анализ на ранговете за двете рационални функции тип (1) и тип (2) показва, че ако се избере решението с най-висок приоритет (вариант No 4, което е с ранг 1), то съвпада като оптимално и за двете функции на рационалност тип (1) и тип (2), но за следващото ранжиране, след ранг 1, отделните приоритети се различават. Недостатък на функцията на рационалност от тип (2) е, че тя не може да се използва, в случаи, когато стойността на полезност $Q(2)$ е равна на 0, както в илюстративния пример е за технологичния режим No 8 от Табл. 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията се предлага нова стратегия за вземане на оптимални решения, в която се използва обобщена функция на рационална полезност. Обобщената функция на рационалност включва множеството от целевите параметри, които трябва да се оптимизират, но включва и множеството на управляващите параметри, изразени с

икономически показатели, които отразяват разходите направени за реализирането на оптималното управление.

Предложени са три варианта за формиране на обобщена целева функция, които позволяват да се намерят рационални Парето-оптимални решения. Илюстративният практически пример, с петнадесет възможни варианта за вземане на решение, показва, че използването на рационалната полезност, разширява значително мотивацията за избор на дадено решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Литовски З., С. Стоянов, М. Маринова, Влияние на някои фактори върху печатните свойства на хартиите, Целулоза и хартия, No 6, 1984.
2. Стоянов С., Оптимизация на технологични процеси, Техника, София, 1993.
3. Стоянов, С., Методи и алгоритми за оптимизация, Техника, София, 1990.
4. Pareto, V., Cours d'economie politique, Lausanne, Rouge, 1896.
5. Тенекеджиев, К., Количествен анализ на решенията. Теория на полезността и субективната статистика. АИ „М. Дринов“. 2004.
6. Тенекеджиев, К., Н. Николова, Вземане на решения. Субективност, реалност, и размита рационалност, Сиела, София, 2007.
7. Harrington, E. C., The Desirability function. Ind. Quality Control, No 4, 494-498, 1965.
8. Deb, K., An ideal evolutionary, multi-objective optimization procedure. IPSJ Transactions on Mathematical Modeling and its Applications, 45(SIG 2), 1-11, 2004.